Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac STMG, veuillez visiter :
coursbacstmg.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac STMG

Mathématiques - Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

Session 2018 • Code sujet : **18MAMGIN1** • Durée : **3 heures** • Coefficient : **3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Évolution des abonnements à internet très haut débit (7 questions) **Page 3**

2. Probabilités conditionnelles et satisfaction des voyageurs (4 questions) **Page 6**

3. Évolution du prix d'une matière première et indices (5 questions) **Page 8**

4. Contrôle de plaques métalliques et bénéfice d'une usine (8 questions) **Page 10**

5. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbacstmg.fr/assets/annales/bac-stmg/Mathématiques/2018/Bac STMG - Mathématiques - Session 2018 - 1-Sujet.pdf

1. Évolution des abonnements à internet très haut débit

Un tableau présente le nombre d'abonnements à internet très haut débit en France, par trimestre, du premier trimestre 2015 au quatrième trimestre 2016. L'exercice compare un ajustement affine et un modèle de croissance trimestrielle de 6 %, puis utilise un algorithme pour estimer le délai nécessaire pour atteindre 10 millions d'abonnements.

Partie A - Modèle 1

Question 1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au millième.

On utilise les huit couples du tableau, pour lesquels $\bar{x} = 4{,}5$, $\bar{y} = 4{,}38875$, $\sum x_i y_i = 169{,}5$ et $\sum x_i^2 = 204$. La pente de la droite des moindres carrés est $a = \frac{169{,}5 - 8 \times 4{,}5 \times 4{,}38875}{204 - 8 \times 4{,}5^2} \approx 0{,}274$. Son ordonnée à l'origine vaut $b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 3{,}156$. On arrondit chaque coefficient au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 0{,}274x + 3{,}156$

Question 2. Avec le modèle y = 0,27x + 3,16, calculer le nombre d'abonnements prévu au deuxième trimestre 2018.

Le rang 8 correspond au quatrième trimestre 2016. Pour atteindre le deuxième trimestre 2018, on avance de six trimestres : les rangs 9 à 12 sont ceux de 2017, puis les rangs 13 et 14 ceux du premier et du deuxième trimestre 2018.

Le rang recherché est donc $x = 8 + 6 = 14$.

On applique alors le modèle affine fourni, avec ce rang, et on obtient une prévision en millions d'abonnements.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $6{,}94$ millions d'abonnements.

Partie B - Modèle 2

Question 1. Détailler le calcul permettant de vérifier que u_1 est environ égal à 5,76 millions, arrondi au centième.

Une hausse trimestrielle de $6\,\%$ revient à multiplier le nombre d'abonnements par $1{,}06$. Au départ, à la fin de 2016, il y a $5{,}43$ millions d'abonnements. On calcule donc le terme correspondant au premier trimestre suivant :

1. Coefficient multiplicateur : $1 + 0{,}06 = 1{,}06$.
2. Calcul : $u_1 = 5{,}43 \times 1{,}06 = 5{,}7558$ millions.

L'arrondi au centième confirme la valeur demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$u_1 \approx 5{,}76$ millions.

Question 2. Indiquer la nature de la suite (u_n) et donner sa raison.

Comme le nombre d'abonnements augmente de $6\,\%$ à chaque trimestre, chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par $1{,}06$. Cette relation est celle qui caractérise une suite géométrique :

- Premier terme : $u_0 = 5{,}43$.
- Raison : le coefficient multiplicateur constant $1{,}06$.

La suite est donc géométrique.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Suite géométrique de raison $1{,}06$.

Question 3. Exprimer u_n en fonction de n.

> Pour une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q, on a $u_n = u_0 q^n$.

Ici, l'indice $n = 0$ correspond à la fin de 2016 et le nombre d'abonnements vaut alors $5{,}43$ millions. Chaque trimestre, on applique le coefficient multiplicateur $1{,}06$. En remplaçant le premier terme et la raison dans la formule, on obtient l'expression générale de la suite, en millions d'abonnements.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$u_n = 5{,}43 \times 1{,}06^n$, en millions.

Question 4. Sachant que le nombre réel d'abonnements au deuxième trimestre 2017 est de 6,15 millions, déterminer lequel des modèles 1 et 2 semble le plus adapté.

Au deuxième trimestre 2017, le modèle 1 utilise le rang $x = 10$, tandis que le modèle 2 utilise $n = 2$, car il part de la fin de 2016. On compare les deux prévisions à la valeur observée de $6{,}15$ millions : le modèle dont l'écart est le plus faible est le plus adapté à cette observation.

Modèle	Prévision (millions)	Écart à 6,15
1	$0{,}27 \times 10 + 3{,}16 = 5{,}86$	$0{,}29$
2	$5{,}43 \times 1{,}06^2 \approx 6{,}101$	$\approx 0{,}049$

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le modèle 2 est le plus adapté.

Question 5. Déterminer la valeur de la variable n à la fin de l'algorithme, qui estime le nombre de trimestres nécessaires pour atteindre au moins 10 millions d'abonnements.

La boucle augmente n d'une unité à chaque trimestre et multiplie u par $1{,}06$. Pour déterminer quand elle s'arrête, on vérifie les deux termes consécutifs de part et d'autre du seuil de 10 millions :

1. Après 10 trimestres : $5{,}43 \times 1{,}06^{10} \approx 9{,}724 < 10$.
2. Après 11 trimestres : $5{,}43 \times 1{,}06^{11} \approx 10{,}308 \geq 10$.

La condition de la boucle devient fausse au rang 11.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $n = 11$ trimestres.

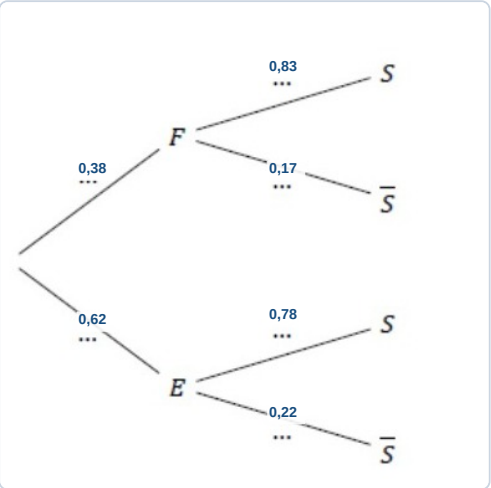
2. Probabilités conditionnelles et satisfaction des voyageurs

Une agence de voyage a interrogé ses clients pendant la période estivale au sujet de leur destination et de leur satisfaction. Les données distinguent les voyages en France des voyages à l'étranger et indiquent, pour chaque destination, la proportion de clients satisfaits.

Question 1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités à partir des proportions de clients voyageant en France ou à l'étranger et des taux de satisfaction correspondants.

Les deux destinations sont complémentaires : $P(F) = 0,38$ et $P(E) = 1 - 0,38 = 0,62$. Pour chaque destination, les branches « satisfait » et « non satisfait » sont également complémentaires. Ainsi, depuis F, leurs probabilités sont $0,83$ et $1 - 0,83 = 0,17$; depuis E, elles sont $0,78$ et $1 - 0,78 = 0,22$. Ces probabilités conditionnelles complètent les six branches de l'arbre.

Arbre de probabilités complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Branches : F : $0,38$, E : $0,62$; depuis F : S : $0,83$, $\overline{S}$: $0,17$; depuis E : S : $0,78$, $\overline{S}$: $0,22$.

Question 2. Décrire par une phrase l'évènement E ∩ S et calculer sa probabilité.

L'évènement $E \cap S$ signifie que le client a voyagé à l'étranger et qu'il est satisfait. Sur l'arbre, cette situation correspond au chemin E, puis S. La probabilité de ce chemin est le produit des probabilités de ses branches : $P(E \cap S) = P(E) \times P_E(S) = 0,62 \times 0,78 = 0,4836$. La probabilité conjointe recherchée est donc $0,4836$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E \cap S$: le client a voyagé à l'étranger et est satisfait ; $P(E \cap S) = 0,4836$.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un client soit satisfait est P(S) = 0,799.**

Les évènements « le client voyage en France » et « le client voyage à l'étranger » forment une partition. La probabilité d'être satisfait s'obtient donc en additionnant les probabilités des deux chemins qui aboutissent à S : $P(S) = P(F)P_F(S) + P(E)P_E(S)$. Ainsi, $P(S) = 0,38 \times 0,83 + 0,62 \times 0,78 = 0,3154 + 0,4836 = 0,799$. La valeur demandée est bien démontrée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité qu'un client soit satisfait est $P(S) = 0,799$.

Question 4. **Sachant que le client est satisfait, calculer la probabilité qu'il ait voyagé à l'étranger et arrondir le résultat au millième.**

On cherche une probabilité conditionnelle : $P_S(E) = \dfrac{P(E \cap S)}{P(S)}$. Le numérateur vaut $0,4836$, probabilité qu'un client ait voyagé à l'étranger et soit satisfait ; le dénominateur vaut $0,799$, probabilité qu'un client soit satisfait. Donc $P_S(E) = \dfrac{0,4836}{0,799} \approx 0,6052566$. L'arrondi au millième est $0,605$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Parmi les clients satisfaits, la probabilité d'avoir voyagé à l'étranger, arrondie au millième, est $0,605$.

3. Évolution du prix d'une matière première et indices

Un tableau présente le prix annuel d'une matière première entre 2011 et 2016 ainsi que son indice, avec une base 100 en 2011; certaines valeurs sont manquantes. Les questions portent sur les taux d'évolution, la reconstitution des données, une formule de tableur et le taux annuel moyen.

Question 1. Déterminer le taux d'évolution du prix entre 2015 et 2016, arrondi à 0,01 %.

Le prix initial est celui de 2015, soit 167,5 €/tonne, et le prix final celui de 2016, soit 189 €/tonne. Le taux d'évolution est la variation divisée par la valeur initiale, puis multipliée par 100 : $\frac{189-167{,}5}{167{,}5} \times 100 \approx 12{,}8358$. Le taux est positif : il s'agit d'une hausse. L'arrondi demandé au centième donne $12{,}84\,\%$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Hausse de $12{,}84\,\%$.

Question 2. Calculer le prix de la matière première en euros par tonne en 2014, puis arrondir au dixième.

L'indice de 2014 est 73,2, avec une base 100 correspondant au prix de 2011, soit 248 €/tonne. Le prix recherché est donc égal à $73{,}2\,\%$ du prix de base :

$$248 \times \frac{73{,}2}{100} = 181{,}536.$$

Arrondi au dixième, le prix de la matière première en 2014 est de 181,5 €/tonne. Cette valeur complète la case du prix correspondant à l'année 2014 dans le tableau.

Prix de 2014 complété

- 83 % des clients voyageant en France sont satisfaits ;
- 78 % des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

On interroge un client au hasard. On considère les évènements suivants :

181,5

- F : « le client a voyagé en France » ;
- E : « le client a voyagé à l'étranger » ;
- S : « le client est satisfait du voyage ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous

✓ RÉPONSE À RETENIR

Prix en 2014 : $181{,}5$ €/tonne.

Question 3. Calculer l'indice du prix en 2016, puis arrondir au dixième.

L'indice du prix rapporte le prix de 2016 au prix de base de 2011, puis multiplie ce quotient par 100. Les données du tableau donnent un prix de 189 €/tonne en 2016 et un prix de base de 248 €/tonne.

- Calcul : $\frac{189}{248} \times 100 \approx 76{,}2097$.
- Arrondi au dixième : $76{,}2$.

L'indice à inscrire pour 2016 est donc 76,2.

Indice de 2016 complété

- 83 % des clients voyageant en France sont satisfaits ;
- 78 % des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

On interroge un client au hasard. On considère les évènements suivants :

- F : « le client a voyagé en France » ;
- E : « le client a voyagé à l'étranger » ;
- S : « le client est satisfait du voyage ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.

76,2

✓ RÉPONSE À RETENIR

Indice du prix en 2016 : $76{,}2$.

Question 4. Indiquer la formule saisie dans la cellule C3 qui permet d'obtenir, par recopie vers la droite, les indices du prix.

Chaque indice se calcule à partir du prix de l'année correspondante et du prix de base de 2011. En C3, le prix de l'année est pris dans C2. Lors d'une recopie vers la droite, cette référence doit se décaler pour utiliser les prix suivants. En revanche, la référence au prix de base, situé en B2, doit rester fixe grâce aux signes dollar.

✓ RÉPONSE À RETENIR

```
=C2/$B$2*100
```

Question 5. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen entre 2011 et 2016 est −5,29 %, arrondi à 0,01 %.

De 2011 à 2016, il y a cinq évolutions annuelles. Si t désigne le taux annuel moyen sous forme décimale, le coefficient annuel est $1+t$. Le prix de 2016 s'obtient donc par $248(1+t)^5 = 189$. En isolant t, on trouve $t = \left(\frac{189}{248}\right)^{1/5} - 1 \approx -0{,}0529$. En pourcentage, cela correspond à une baisse annuelle moyenne de 5,29 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Taux annuel moyen : $-5{,}29\,\%$.

4. Contrôle de plaques métalliques et bénéfice d'une usine

Une usine contrôle les dimensions de plaques métalliques destinées à la fabrication de machines agricoles, en étudiant une loi normale et la fluctuation d'une fréquence sur un lot. L'exercice étudie ensuite le bénéfice mensuel de l'entreprise selon le nombre de machines produites, à partir d'une fonction, de sa représentation graphique et de ses variations.

Partie A

Question 1. La longueur du côté d'une plaque suit une loi normale d'espérance 82 cm et d'écart-type 0,2 cm. Déterminer, au millième, la probabilité qu'une plaque ait un côté compris entre 81,6 cm et 82,4 cm et réussisse le premier test.

Les bornes 81,6 et 82,4 sont à deux écarts-types de la moyenne 82. Ainsi, en standardisant, la probabilité cherchée est $P(-2 \leq Z \leq 2) \approx 0,954499736$. Arrondie au millième, elle vaut 0,954.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilité de réussite : $0,954$.

Question 2.a. Pour un lot de 2 500 plaques, sachant que le fournisseur annonce que 90 % ont une épaisseur inférieure à 3 mm, déterminer l'intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des plaques répondant à ce critère.

Avec $p = 0,90$ et $n = 2500$, l'intervalle de fluctuation à au moins 95 % est $[p - 1/\sqrt{n}\ ;\ p + 1/\sqrt{n}]$. Comme $1/\sqrt{2500} = 0,02$, ses bornes sont $0,90 - 0,02 = 0,88$ et $0,90 + 0,02 = 0,92$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $[0,88\ ;\ 0,92]$, soit de 88 % à 92 %.

Question 2.b. Parmi les 2 500 plaques, 2 274 ont une épaisseur inférieure à 3 mm. Au regard de ces résultats, décider s'il faut accepter l'affirmation du fournisseur.

La fréquence observée est $2274/2500 = 0,9096$, soit 90,96 %. Elle appartient à l'intervalle de fluctuation $[0,88\ ;\ 0,92]$: le résultat du lot est compatible avec l'affirmation du fournisseur au seuil de 95 %.

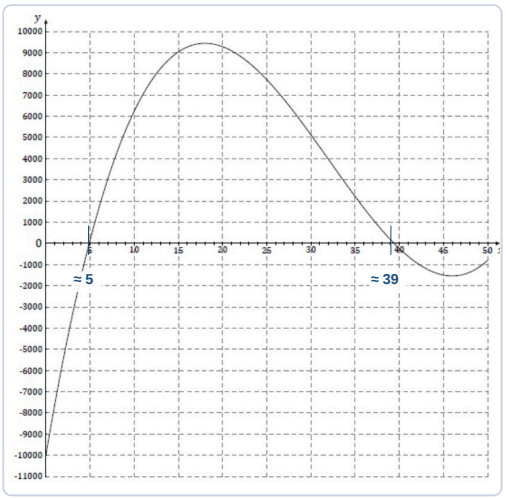
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, on ne rejette pas l'affirmation : $0,9096 \in [0,88\ ;\ 0,92]$.

Partie B

Question 1. Par lecture graphique, donner sous forme d'intervalle le nombre de machines agricoles que l'entreprise doit produire pour réaliser des profits, c'est-à-dire un bénéfice strictement positif.

Les profits correspondent aux portions de la courbe situées au-dessus de l'axe des abscisses. La lecture du graphique donne des intersections approximatives en $x = 5$ et $x = 39$. Le bénéfice étant strictement positif entre ces deux seuils, les bornes sont exclues.

Seuils de profit lus sur le graphique



> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Environ $]5\,;\,39[$ machines.

Question 2. Pour la fonction f(x) = x³ − 96x² + 2 484x − 10 000, calculer la fonction dérivée f'(x).

On dérive chaque terme : $(x^3)' = 3x^2$, $(-96x^2)' = -192x$, $(2484x)' = 2484$, et la dérivée de la constante est nulle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(x) = 3x^2 - 192x + 2484$.

Question 3. Résoudre l'équation 3x² − 192x + 2 484 = 0.

Le discriminant vaut $\Delta = (-192)^2 - 4 \times 3 \times 2484 = 7056$, donc $\sqrt{\Delta} = 84$. La formule des racines donne $(192 - 84)/6 = 18$ et $(192 + 84)/6 = 46$.

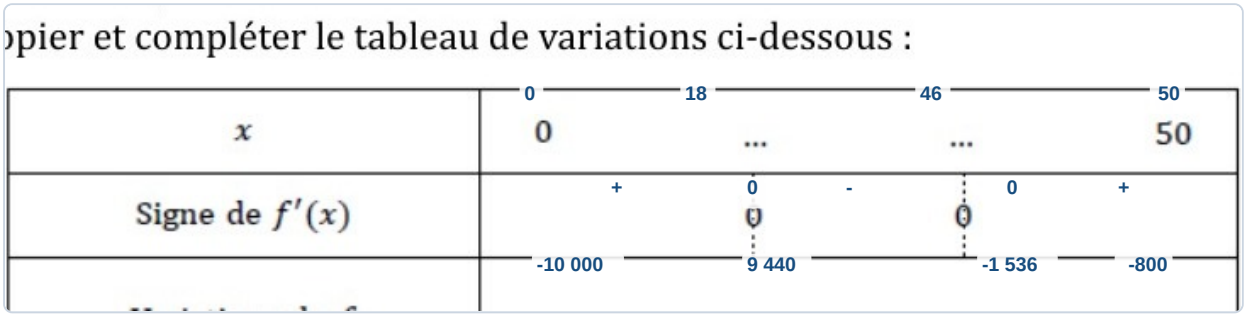
> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $x = 18$ ou $x = 46$.

Question 4. Recopier et compléter le tableau de variations de f sur [0 ; 50].

Le coefficient de x^2 dans $f'(x)$ est positif. Avec ses racines 18 et 46, son signe est donc positif à l'extérieur des racines et négatif entre elles. Les valeurs de f aux bornes et aux points critiques donnent :

x	**0**	**18**	**46**	**50**
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0 puis +
Variations de f	-10000	$\nearrow 9440$	$\searrow -1536$	$\nearrow -800$

Tableau de variations complété



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Croissante sur $[0;18]$, décroissante sur $[18;46]$, puis croissante sur $[46;50]$.

Question 5. À l'aide des questions précédentes, déterminer le nombre de machines à fabriquer pour que le bénéfice soit maximal, puis calculer ce bénéfice maximal.

Le tableau de variations montre que le maximum est atteint en $x = 18$. On calcule $f(18) = 9440$ milliers d'euros, soit $9440 \times 1000 = 9\,440\,000$ euros.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Produire 18 machines : bénéfice maximal de 9 440 000 €.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BAC STMG

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du baccalauréat technologique STMG, session 2018, porte le code 18MAMGIN1; elle dure 3 heures et son coefficient est 3. Les quatre exercices étudient les abonnements au très haut débit, les probabilités de satisfaction, les indices de prix et la production de machines agricoles. Ils évaluent la modélisation, le calcul, l'interprétation de données et la justification des résultats.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Une hausse proportionnelle de 6 % par période se modélise par une suite géométrique de raison 1,06.
- Dans un arbre pondéré, on multiplie les probabilités le long d'un chemin et on additionne les chemins menant à l'évènement recherché.
- Indice base 100 : valeur comparée ÷ valeur de référence × 100; le taux moyen sur n périodes se déduit de la racine n-ième du coefficient global.
- Le signe de f détermine les profits; le signe de f′ indique les variations de f et permet de repérer son maximum.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour le modèle d'abonnements, distinguer le rang trimestriel x de l'indice n de la suite et repérer le trimestre visé.
- Dans l'arbre, compléter les probabilités complémentaires avant de calculer une probabilité conditionnelle.
- Pour les indices, conserver la référence 2011 et respecter les arrondis et les unités demandés.
- Pour le bénéfice, respecter le domaine [0 ; 50], exploiter le signe de f′ et exprimer le résultat en milliers d'euros.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment choisir entre le modèle affine et la suite géométrique de l'exercice 1 ?

Un modèle affine décrit une augmentation absolue régulière; une suite géométrique décrit une évolution proportionnelle régulière. Pour les comparer, calculez les prévisions de chaque modèle à la date observée et confrontez-les aux 6,15 millions d'abonnements réels.

Q : Comment calculer la probabilité qu'un client satisfait ait voyagé à l'étranger ?

Utilisez la formule P(E sachant S) = P(E ∩ S) ÷ P(S). Dans l'arbre, P(E ∩ S) est le produit des probabilités des branches « étranger » et « satisfait », et P(S) est la probabilité totale d'être satisfait.

Q : Comment obtenir le taux annuel moyen entre 2011 et 2016 ?

Divisez le prix de 2016 par celui de 2011 pour obtenir le coefficient multiplicateur global. Prenez sa racine cinquième, car cinq années séparent les dates, puis soustrayez 1 et exprimez le résultat en pourcentage.

Q : Que faut-il présenter pour déterminer le bénéfice maximal ?

Il faut calculer f′, résoudre l'équation f′(x) = 0, puis établir les variations de f sur [0 ; 50]. Le maximum se lit aux points critiques ou aux bornes pertinentes; le bénéfice demandé s'exprime en milliers d'euros.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbacstmg.fr/assets/annales/bac-stmg/Mathématiques/2018/Bac STMG - Mathématiques - Session 2018 - 1-Sujet.pdf
Ressources Bac STMG : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.